**题目**：

Adaptive Beamforming With Compressed Sensing for Sparse Receiving Array

——用于稀疏接收阵列的压缩感知自适应波束形成

**摘要**：

本文提出了一种针对稀疏接收阵列的基于压缩感知的自适应数字波束形成方法。由于到达信号的角度稀疏性，压缩感知可以被运用到对接收信号的采样上去。然后，从天线孔径上缺失的阵元上获得的接收信号可以通过压缩感知理论来重建。自适应数字波束形成算法被运用来形成天线波束，所形成的波束主瓣指向期望信号的方向，并且零点指向干扰的方向。

**一、Introduction 简介**

在双基地雷达系统中，迫切需要数字波束形成接收阵列天线，以使得接收到的天线波束能够灵活地覆盖发射天线波束。在雷达接收站中，为了得到较高的天线增益以及角度测量精度，应该采用天线阵元个数较多的天线。在射电天文系统中，仍然严重需要具有大量天线阵元的接收天线阵列。另一方面，对于大规模的天线阵列来说，成本太高仍然是它的一个主要缺点。与此同时，计算负担和高速率数据传输是自适应波束形成算法的实现中的两个瓶颈。为了减少射频前端的数量，同时不减少阵列孔径，可以利用稀疏阵列。稀疏阵列是很有吸引力的，因为和完全填充的阵列相比，稀疏阵列能够减少阵元个数。这对于雷达应用来说是非常有兴趣的，因为大阵列孔径有助于角度精度和分辨率的提高以及接近干扰方向的目标的检测。通过利用稀疏阵列，这些方面的性能能够在减少接收信道个数，权值，功耗以及成本大小的前提下达到，就好比简单的平面集成一样。稀疏等间隔阵列会不可避免地产生栅瓣，进而减小光束的扫描范围。为了避免出现栅瓣，稀疏阵列通常被设计为非均匀的。非均匀阵列，或者称之为非周期阵列，已经被研究了数十年。研究者们已经找到了许多种能够有效解决他们固有的高旁瓣的算法，这些高旁瓣会有干扰的环境中会降低阵列的性能。

通常，要想减少天线阵元数目，需要进行非均匀阵列的设计。在过去的50年中，为了综合这样的阵列（非均匀阵列），提出了许多的技术。最常见的是随机方法，比如遗传算法，粒子群优化，蚁群算法以及模拟退火法。最近，矩阵铅笔法被有效的运用到已被聚焦和塑形后的波束图的重建中，与此同时也减少了阵元的个数。差分演化法和稀疏周期混合阵列法也是减少旁瓣水平的好方法。在文献[9]和[10]中，提出了一种通过凸优化选择天线合成稀疏阵列的过程。在文献[11]和[12]中，提出了一种基于贝叶斯压缩采样的稀疏阵列模式合成方法。然而，这些方法仅能够优化固定波束，但当需要自适应的抑制干扰的时候，这些方法却很难保证波束图的性能。

最近，Candes和Donoho提出了一种新颖的叫做压缩感知（也叫作压缩采样）的采样理论。该理论基于矩阵分析，统计概率理论，拓扑几何，优化，功能分析等，是一种新开发的信息采集和处理的理论框架。CS理论认为，可以从比传统方法使用的样本或测量少得多的样本或测量中恢复某些信号和图像。为了实现这个目的，压缩感知依赖于一个准则：感兴趣信号的稀疏性。CS理论指出，只要信号是稀疏或可压缩的，就可以有很大可能通过解决一个优化问题从少量的数据样本中恢复出原始信号。压缩感知理论现已被广泛应用在天文学、数据获取、DOA估计、认知无线电、雷达、光学成像以及许多其他的领域。一些研究者对硬件实现也感兴趣，实现了许多简单的硬件结构。

本文提出了一种基于压缩感知的针对大规模稀疏接收阵列的自适应数字波束形成技术。由于来波信号的角度稀疏性，压缩感知理论可以被用于利用接收天线对来波信号进行采样，然后，天线结构中缺失阵元上的接收信号可以利用正交匹配追踪算法进行重建。自适应数字波束形成技术随后被应用来形成天线波束，该波束的主瓣指向期望方向，旁瓣（凹陷）则指向干扰的方向。采用所提出的自适应数字波束形成技术，能够大大减少阵元个数，同时也能够保证具有同原始全阵列相同的性能，这意味着波束图在干扰方向具有较低的旁瓣和较深的凹陷，并且没有栅瓣。蒙特卡洛仿真实验表明本文所提方法形成的波束性能与原始全阵列的波束性能相近，而实际阵元个数能够得到较大的减少。

本文组织安排如下：下一节中，讨论了基于压缩感知的数字波束形成的原则和数学模型；然后在第三节中，提出了一种阵元位置优化算法；第四节中，当目标不在网格中时，提出了一种能够提高结果（性能）的方法；在第五节中，提供了许多不同情况下的仿真实验结果，用以证明算法的正确性；第六节是本文的结论部分。

**二、The Principle Of The Algorithm 算法的基本原则**

这一部分主要是一些基础理论的讲解，包括基于均匀线阵的信号模型（**A段）**、压缩感知基本原理和其最常见的回复算法—正交匹配追踪（OMP）算法（**B段**）以及经典的两种数字自适应波束形成算法—正交投影算法和迭代LCMV算法的基本原理（**C段**）。总体来说是基础理论部分，其中A和B段和自己之前总结过的一致，不用详细看，下面给出A、B两段内容中与论文初稿中压缩感知部分之间的区别于联系进行分析与解释：

阵列选取的是均匀线阵，阵元个数设为，阵元间距设为半波长；信号个数假设为个，分别从个不同方向入射到阵列上，每一个信号对应的信号幅度和入射角度分别设为，接收信号可写为：



其中，表示入射角上的导向矢量：



将90°- 90°的角度范围均匀划分成份，定义转换矩阵：

，维

则接收信号可表示为： ，

其中，，为维，只是其中的个非零值。（这里都不考虑噪声的影响）

设计一个测量矩阵，为维，,与不相关。则可以定义压缩测量值如下：

，为维

称为传感矩阵（同毕业论文），要想保证能够从的个样本中恢复出具有个元素的原始信号，则传感矩阵必须满足受限等距特性。然后利用接收到的压缩测量值可以首先计算出，然后就可以利用公式恢复出原始信号。

**上述的理论介绍与之前自己已经推过的基于均匀线阵的信号接收输出模型以及压缩感知的基本原理是一致的，这里有必要将他们之间的对应关系说一下：**

1）、信号模型中，CS基础理论说的是一具有N个离散实值的离散信号，而这里直接说

的是采用具有N个阵元的均匀线阵，如果假设信号只有一个的话，起始这两种表

述是一致的，均表示信号是由N个离散的值所组成。

2）、信号模型中的导向矢量是在这个地方的必要说明，与CS基础理论中的变量没有

对应关系。至于定义的转换矩阵H，则是与稀疏基相对应，而对应的则是

稀疏系数矩阵。

3）、测量矩阵对应的则是CS基础理论中的测量矩阵，这两个变量是一致的，均是

维。传感矩阵与CS基础理论中的是一致的压缩测量值对应的则是

，两者都表示最终获得压缩测量值，这个值是进行压缩恢复的关键。

**C 两种数字自适应波束形成方法（OPA和LCMV）**

**三、Optimization Of The Positions Of The Elements 阵元位置优化算法（全文的重点）**

在这一节，本文提出了一种能够帮助减少恢复误差阵元位置优化算法。首先，定义恢复误差：



其中，表示恢复信号，表示原始信号。

Candes和Tao指出：如果想要完全的重构信号，传感矩阵必须保证两个不同的稀疏信号不会被映射到同一个集合。这里，我们定义相关系数矩阵的元素如下：



为了完整的恢复信号，我们应该使得相关系数尽可能的小。当给定转换矩阵之后，我们可以通过优化测量矩阵来获得最优的相关系数。最近一段时间已经提出了许多的优化方法（后续是介绍了三种优化方法，分别有一篇参考文献），但事通过这些方法优化的测量矩阵达不到本文的要求。这里的优化中，显示的是阵元的位置，而且可以通过随机的从大小为的单位阵中选取行而得到。也就是说，是由大量的零值和商量的非零值所组成。因此，我们选择了一种遗传算法来优化阵元的位置。（这里的遗传算法的参考论文是：Chen, K., He, Z., and Han, C.A modified real GA for the sparse linear array synthesis with multiple constraints.IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 54, 7(2006), 2169–2173.）

我们进行优化的目的是最小化相关系数，因为相关系数越大，恢复误差也就会越大。我们希望较大的相关系数能够变得尽量的小，因此定义了如下的代价函数：



我们增加较大的相关系数的权值，对于代价函数的贡献会随着相关系数的增长而变大。参数表示的是增长的数量级。

我们考虑如下的的网格。为了简单，我们给这些网格标号，这里的表示网格的大小。相邻网格点之间的距离就是，这里将会选择其中的个网格点。遗传算法在这里是被用来优化阵元位置。由于阵元之间的互耦，相邻阵元之间的距离不能太小。这里，设定最小阵元间距为半波长：。

为了保证阵元间距是大于半波长的，这里生成了一个父母向量：



其中，，表示第个阵元的位置，。对于，。向量可以用以下方法得到：在范围内随机地产生个整数，然后按照从小到大的顺序进行排序。向量是一个常数向量。

很容易证明上面生成的每个个体都满足前述要求（阵元间距小于半波长？？），我们通过采用上述方法生成个个体来初始化一个组。为了避免遗传操作后的后代中的不可行解，我们对父群体矩阵进行如下预处理。

假设父群体矩阵满足所有的要求，则父群体可以写为：



父群体矩阵F中的每列表示元素分布的方式。假设：



我们通过下式来获得遗传信息矩阵

遗传信息矩阵与具有相同的信息，因此我们可以做诸如对遗传信息矩阵的交叉和突变等常见的遗传操作。



遗传算法的详细步骤如下：

1. 初始化迭代次数，利用上述方法产生具有个个体的父群体矩阵；
2. 处理父群体矩阵，进而获得遗传信息矩阵；
3. 利用代价函数计算所有个体的代价值，然后，从中选择突出的遗传信息；
4. 做遗传算法操作，包括对所选择的遗传信息的交叉和突变。然后，获得新的遗传信息矩阵；
5. 获得最新的父群体矩阵，获得方法是公式：
6. 如果满足终止准则，则停止；否则，进入第2）步继续迭代，同时修改。

**三、Targets Not On The Grid 目标不在网格内（全文的重点）**

到目前为止，在我们的框架中，信号位置的估计是被限制在网格中的。当信号不处于这个网格中的时候，公式（后面位置）中输出信号的误差会急剧增加。增大参数来减小阵元间距可以解决这个问题，但我们不能使网格非常精细均匀，因为这将显着增加计算的复杂性。我们采取使网格仅在存在信号的区域周围变细，来代替在所有情况下都形成通用的精细网格的做法，而这样的话就需要源的位置的近似知识，其可以通过使用粗网格来最初获得。形成非均匀网格的步骤如下：

1. 创建潜在信号位置的粗糙网格，网格不应太粗糙，以便不引入实质性偏差。例如，这里我们初始化；
2. 构造，其中。采用本文提出的在段的方法来获得稀疏系数矩阵的估计。获得源位置；
3. 将从网格分解为份。然后，我们就能够得到如图1所示的在峰位置附近的细化后的网格；
4. 形成一个新的转换矩阵，其中，然后继续做第二节（**二、The Principle Of The Algorithm**）中所述的操作。（？？？）